

III Olimpiada Kopernika

Matematyka – Finał



Czas pracy: **60 minut**

INSTRUKCJA

- Arkusz zawiera 15 zadań: 10 zadań zamkniętych (1-10) i 5 zadań otwartych (11-15).
- W zadaniach 1 – 5 możesz otrzymać 0 lub 1 pkt, w zadaniach 6 – 10 przyznawane jest 0 lub 2 pkt, a za każde zadanie otwarte możesz uzyskać od 0 do 3 pkt.
- W każdym zadaniu zamkniętym zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
- Zamaluj ☐ na wybranych odpowiedzi. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ☒ oznacz właściwe.
- W zadaniach zamkniętych przedstaw swoje rozumowanie i istotne obliczenia.
- Używaj długopisu lub pióra z czarnym lub niebieskim atramentem.
- Nie używaj korektora ani zmywalnego długopisu.
- Możesz korzystać z kalkulatora prostego.
- Brudnopis nie będzie oceniany.

Liczba punktów
możliwych
do uzyskania:

30

Powodzenia!

<i>Nazwa szkoły</i>	S	P	
<i>Miejscowość</i>			
<i>Kod uczestnika</i>	OKM		

nr z listy

25stycznia 2023 r.

ZADANIA ZA 1 PKT

1. Cyfrą jedności liczby $3^{2020} + 4^{2020} + 5^{2020}$ jest

0 ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3
☐ B
☐ C
☐ D
2. Dana jest dziesięciocyfrowa liczba 65111111a2, która jest podzielna przez 12. Zatem cyfra a jest równa:

9 ☒ 5 ☐ 3 2
☐ B
☐ C
☐ D
3. Jaki procent wszystkich liczb trzycyfrowych stanowią te, które dzielą się jednocześnie przez 2 i przez 5?

10 ☒ 15% 30% 40%
☐ B
☐ C
☐ D
4. Podstawą ostrosłupa o objętości V jest prostokąt. Wymiary tego ostrosłupa zmieniono w następujący sposób: jeden bok prostokąta zmniejszono trzykrotnie, drugi zwiększono o 200%, natomiast wysokość ostrosłupa zwiększono dwukrotnie. Objętość nowego ostrosłupa jest równa:

$3 \sqrt[3]{2} V$ ☒ $\sqrt[3]{2} V$ ☐ $\frac{2}{3} V$ ☐ $\frac{4}{3} V$ ☐
☐ B
☐ C
☐ D
5. Iloczyn kwadratów odwrotności liczb: $2\frac{5}{6}$ i $\frac{2}{17}$ wynosi:

$\frac{1}{9}$ ☒ $\frac{1}{18}$ ☐ $\frac{1}{81}$ ☐ $\frac{1}{16}$ ☐
☐ B
☐ C
☐ D

ZADANIA ZA 2 PKT

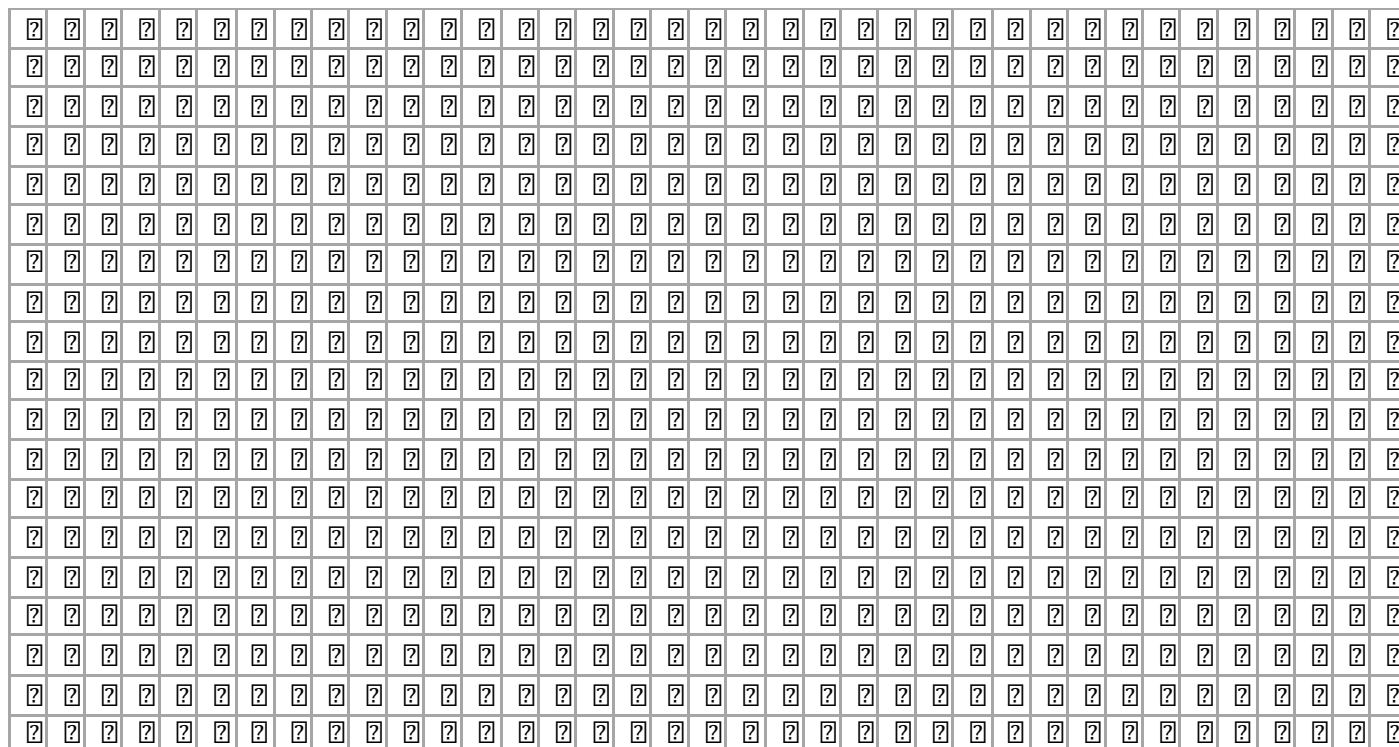
6. Wartość wyrażenia $(x - y)^2$ dla $x = 3\sqrt{2}$ i $y = \sqrt{50}$ jest równa:

6 ☒ 8 ☐ 10 ☐ 16
☐ B
☐ C
☐ D
7. W trójkącie prostokątnym wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego dzieli przeciwprostokątną na odcinki o długościach 2cm i 8cm. Pole tego trójkąta jest równe:

$10\sqrt{5} \text{ cm}^2$ ☒ 16 cm^2 ☐ 20 cm^2 ☐ 24 cm^2 ☐
☐ B
☐ C
☐ D
8. Po rozwiązaniu wyrażenia $\frac{9^6 + 81^{2 \cdot 9^3}}{3^{10} - 9^9 + 27^6}$ otrzymamy:

9 ☒ 2 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 190
☐ B
☐ C
☐ D
9. Kwadrat podzielono na dwa prostokąty, w których stosunek obwodów wynosi 7:5. Ile jest równy stosunek pól tych prostokątów?

2 ☒ 3 ☐ 14:13:2
☐ B
☐ C
☐ D
10. Ile cyfr posiada liczba będąca wynikiem działania: $\frac{1}{999} \cdot (10^{1998} - 1)$?



13. Szczelnie zamknięte naczynie w kształcie graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma objętość 3000 cm^3 i jest częściowo wypełnione wodą. Gdy stoi ono na podstawie to poziom wody sięga do wysokości 24 cm, natomiast gdy na ścianie bocznej to poziom wody sięga do wysokości 8 cm. Jaka jest objętość wody w naczyniu? Zapisz obliczenia i odpowiedź.

